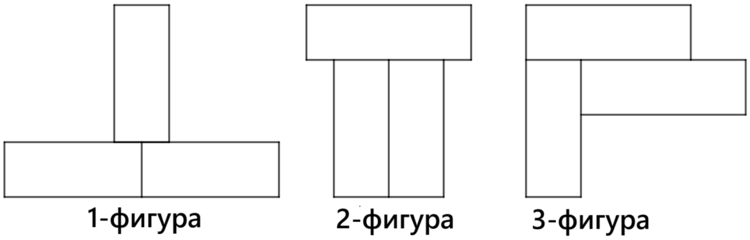
Задания второго этапа для 8 класса

1 **(3,1 ball)** В семизначном числе, у которого все цифры различны, при удалении всех чётных цифр остаются цифры $7, 5, 9$ в указанном порядке, а при удалении всех нечётных цифр остаются цифры $0, 6, 8, 4$ также в указанном порядке. Найдите цифру в разряде сотен наименьшего семизначного натурального числа, удовлетворяющего этим условиям.

A) 8 B) 6 C) 9 D) 5

2 **(3,1 ball)**На рисунке изображены 9 одинаковых прямоугольников. Периметр первой фигуры равен 114, а периметр второй фигуры равен 84. Найдите периметр третьей фигуры.



A) 76 B) 84 C) 108 D) 116

3 **(3,1 ball)** У фермера есть два не соприкасающихся участка земли, у обоих длины сторон выражаются натуральными числами. Первый участок имеет форму квадрата, при этом числовые значения его периметра и площади равны. Второй участок имеет форму прямоугольника, не являющегося квадратом, и у него также числовые значения периметра и площади равны.Сколько метров ограждения потребуется, чтобы обнести оба участка вместе?

A) 32 B) 34 C) 36 D) 40

4 **(3,1 ball)** Произведение четырёх взаимно простых натуральных чисел, каждое из которых больше 1, равно 84000. Найдите сумму этих чисел.

A) 164 B) 167 C) 170 D) 173

5 **(3,1 ball)** Для действительных чисел $x, y \in [-1; 1]$ обозначим через M большее из чисел $x + y; x - y$. Найдите наименьшее возможное значение M.

A) -1 B) 1 C) -2 D) $-\frac{4}{3}$

6 **(4,2 ball)** На какое наименьшее количество квадратов с целыми длинами сторон можно разбить прямоугольник размером 6×7?
A) 7 B) 4 C) 5 D) 6

7 **(4,2 ball)** Найдите сумму всех чётных двузначных натуральных чисел, у которых четыре натуральных делителя.
A) 326 B) 652 C) 646 D) 648

8 **(4,2 ball)** В квадрате $ABCD$ на стороне BC взята точка E. Из точки B проведена прямая, перпендикулярная прямой DE, которая пересекает прямую DC в точке F. Найдите $\angle EFB + \angle FBE$.
A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

9 **(4,2 ball)** Когда Бобурбеку было 18 лет, возраст Сардорбека был в 2 раза больше возраста Хосилбека. В тот момент, когда возраст Бобурбека стал в 1,5 раза больше возраста Хосилбека, Сардорбеку было 30 лет. Если сейчас сумма их возрастов равна 90, сколько лет сейчас Бобурбеку?
A) 32 B) 30 C) 25 D) 36

10 **(4,2 ball)** Найдите сумму цифр числа, полученного при умножении числа $\underbrace{9999...99}_{2026\ \text{шт}}$ на 123.

A) 18261 B) 18243 C) 18234 D) 18252

11 **(5,3 ball)** Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. На прямой AB выбрана точка E так, что $CB = CE$. Если $\angle BCE = \angle ABD = \angle DCA = 70^\circ$, то найдите $\angle CAD$.

A) 70° B) 20° C) 55° D) 35°

12 **(5,3 ball)** У Рахматжона и Шахбоза было некоторое количество орехов. Рахматжон в первый день съел 1 орех и каждый следующий день съедал на 2 ореха больше, чем в предыдущий. Шахбоз же в первый день съел 6 орехов и каждый следующий день съедал на 1 орех больше, чем в предыдущий. Известно, что общее количество съеденных орехов у них оказалось одинаковым.Сколько всего орехов у них было вместе изначально ?

A) 240 B) 262 C) 260 D) 242

13 **(5,3 ball)** Кузнечик находится на квадрате размером 7×7 и может прыгать из текущей клетки либо во вторую клетку по строке или столбцу, либо в соседнюю клетку по диагонали. Например, находясь в клетке с буквой A, кузнечик за один ход может попасть только в клетки, отмеченные буквой B.При условии, что кузнечик не возвращается в уже посещённые клетки, на какое наибольшее количество клеток он может прыгнуть?

		B		
	B		B	
B		A		B
	B		B	
		B		

A) 25 B) 35 C) 24 D) 48

14 **(5,3 ball)** Для двузначного натурального числа $\overline{ab}$ выполняется равенство $\overline{ab}^2 = a! + b$. Найдите значение выражения $a + b$.
A) 10 B) 9 C) 7 D) 8

15 **(5,3 ball)** В библиотеке количество полок не превышает 70. На каждой полке находится либо ровно 69 книг по математике, либо ровно 70 книг по физике. Позже в библиотеку привезли несколько книг по физике, и в результате количество книг по математике и физике стало одинаковым. Какое наименьшее количество книг по физике было привезено в библиотеку?
A) 1 B) 69 C) 35 D) 139

16 **(7,4 ball)** Сколько пар целых чисел (a, b) существует таких, что квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + ax + b$ имеет отрицательный целый корень и выполняется равенство $f(2026) = 2025^{20}$?

17 **(7,4 ball)** Сколько натуральных чисел n, не превышающих 100, таких что n делится без остатка на $[\sqrt{n}]$? Здесь $[x] - x$ наибольшее целое число, не превосходящее x.

18 **(7,4 ball)** На доске изначально записаны числа $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$.
Если выражение $(ax^2 + bx + c)(x + 1)^2$ при делении на x^3 имеет остаток $Ax^2 + Bx + C$,то числа a, b, c заменяются соответственно на A, B, C.Если эту операцию последовательно выполнить 10 раз, найдите сумму чисел, получившихся на доске.

19 **(7,4 ball)** Числа $a_1, a_2, \ldots, a_{20}$ являются перестановкой чисел $1, 2, 3, \ldots, 20$, причём число $a_i + i$ является натуральной степенью числа 2.Сколько существует натуральных значений n таких, что $a_n \leq n$?

20 **(7,4 ball)** Найдите сумму всех натуральных n , таких что число n^n делится на $(n-2)^{\lfloor \frac{n-2}{2} \rfloor}$ без остатка.
$\lfloor a \rfloor$-целая часть числа a.

