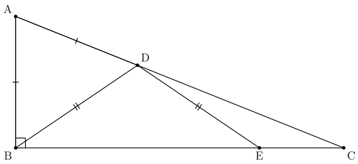
Задания второго этапа для 7 класса

1. **(3,1 ball)**В квадрат 5×5 укладывают прямоугольники размером 1×3 без наложений. Какое наименьшее число клеток может остаться свободным?
A) 4 B) 3 C) 7 D) 1

2. **(3,1 ball)**В сосуде имеется 2 литра воды. Каждый раз из него можно отливать по 200 мл или по 250 мл. Сколькими различными способами можно полностью израсходовать всю воду таким образом?

A) 3 B) 4 C) 8 D) 12

3. **(3,1 ball)**В прямоугольном треугольнике ABC точка D взята на гипотенузе AC, а точка E на катете BC. Если $AB = AD$; $DB = DE$ и $\angle EDC = 18^\circ$, то найдите $\angle ACB$.


A) 24° B) 36° C) 18° D) 30°

4. **(3,1 ball)**Сумма 10 различных натуральных чисел равна 66. Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из этих чисел.
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13

5. **(3,1 ball)**Для ненулевых цифр A и B шестизначное число $\overline{A2026B}$ делится на 55. Найдите остаток от деления этого числа на 9.
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

6 **(4,2 ball)**Бобурбек, Мухаммадкодир, Сардорбек, Шохжахон и Нодирхон участвовали в индивидуальных соревнованиях турнира «Zakovat». На каждый вопрос соревнования ровно 4 участника дали правильный ответ. Нодирхон дал наименьшее количество правильных ответов — 6, а Бобурбек — наибольшее, 9.Определите, сколько вопросов было задано в соревновании.

A) 9 B) 10 C) 11 D) 8

7 **(4,2 ball)**Для приготовления 6 порций мороженого требуется 3 кусочка шоколада, $\frac{1}{2}$ стакана сахара, 2 стакана молока и 1 стакан сливок. У Лайлы есть 8 кусочков шоколада, 3 стакана сахара, 10 стаканов молока и 4 стакана сливок. Если она не меняет соотношения ингредиентов, какое наибольшее количество порций мороженого она может приготовить?

A) 16 B) 36 C) 30 D) 24

8 **(4,2 ball)**Для действительных чисел $x, y \in [-1; 1]$ обозначим через M меньшее из чисел $x + y; x - y$. Найдите наибольшее возможное значение M.

A) 2 B) $1,5$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$

9 **(4,2 ball)**На стороне BC квадрата $ABCD$ выбрана точка E. Из точки B проведена прямая, перпендикулярная прямой DE, которая пересекает прямую DC в точке F. Найдите величину угла $\angle EFC$.

A) $30°$ B) $45°$ C) $60°$ D) $75°$

10 **(4,2 ball)**Найдите сумму всех трёхзначных чисел, у которых 3 натуральных делителя.

A) 3221 B) 3721 C) 3771 D) 3271

11 **(5,3 ball)**Игральный кубик бросили 20 раз. Среди выпавших результатов число 6 выпало чаще, чем любое другое число. Известно также, что каждое чётное число выпало более одного раза. Найдите наименьшее возможное значение суммы выпавших чисел.

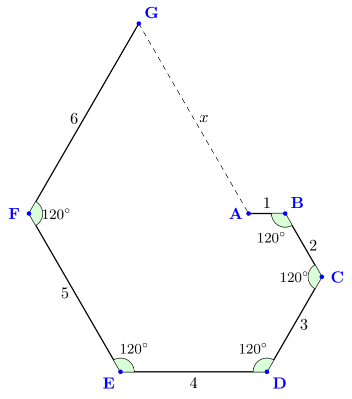
A) 64 B) 65 C) 66 D) 67

12 **(5,3 ball)** Найдите сумму цифр числа, полученного при умножении числа 999...99 (2026 девяток) на 123.
A) 18261 B) 18243 C) 18252 D) 18234

13 **(5,3 ball)**В выражении $(a+b)^3$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов получается n слагаемых. В выражении $(a+b+c)^3$ после раскрытия скобок и приведения подобных членов получается m слагаемых. Найдите значение $m-n$.
A) 6 B) 7 C) 5 D) 8

14 **(5,3 ball)**Три друга договорились встретиться в один из дней недели. Каждый из них предлагает удобный для себя день. Найдите, сколькими способами можно выбрать дни так, чтобы как хотя бы двое друзей выбрали один и тот же день.
A) 210 B) 133 C) 343 D) 143

15 **(5,3 ball)**У ломаной $ABCDEFG$ длины её звеньев соответственно равны 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Если углы при вершинах B, C, D, E и F равны 120°, найдите длину отрезка GA.



A) 7 B) 6 C) 5 D) 8

16 **(7,4 ball)**На столе находится $n+1$ коробка. Сардорбек раскладывает свои яблоки по n яблок в каждую коробку, при этом в $(n+1)$-й коробке остаётся 1 яблоко. Бобурбек раскладывает свои яблоки по $n+1$ яблоку в каждую коробку, и у него остаётся 1 яблоко.Сардорбек затем распределил все свои яблоки поровну по нескольким коробкам, и у него ничего не осталось. Бобурбек после этого также распределил свои яблоки поровну по тем же коробкам Сардорбека, и у него тоже ничего не осталось.Какое наибольшее количество коробок они смогли положить яблок?

17 **(7,4 ball)**Сколько натуральных чисел являются делителями числа 6078^{25}, но не являются делителями числа 2026^{74}?

18 **(7,4 ball)**В треугольнике ABC с площадью 225 на сторонах AC и BC соответственно взяты точки D и E. При этом $AD : DC = 2 : 5$, а площади четырёхугольника $ABED$ и треугольника DEC равны. Найдите площадь треугольника AED.

19 **(7,4 ball)**Для натурального числа n существует такое натуральное число m, которое делится без остатка на все числа $1, 2, \ldots, n$, но не делится ни на одно из чисел $n+1, n+2, n+3$. Найдите сумму всех натуральных чисел n, для которых выполняется это условие.

20 **(7,4 ball)**На доске изначально записаны числа $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$.
Если выражение $(ax^2 + bx + c)(x + 1)^2$ при делении на x^3 имеет остаток $Ax^2 + Bx + C$,то числа a, b, c заменяются соответственно на A, B, C.Если эту операцию последовательно выполнить 3 раза, найдите сумму чисел, получившихся на доске.